Board Exam Class XII 2023

Series EF1GH/3 **SET~3**

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/3/3**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 80*
Time allowed : 3 hours *Maximum Marks : 80*

नोट / **NOTE :**

(i) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं ।*
*Please check that this question paper contains **23** printed pages.*

(ii) *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(iii) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं ।*
*Please check that this question paper contains **38** questions.*

(iv) ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.

(v) *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में* ***38*** *प्रश्न हैं ।* ***सभी*** *प्रश्न* ***अनिवार्य*** *हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र* ***पाँच*** *खण्डों में विभाजित है –* ***क, ख, ग, घ*** *एवं* ***ङ*** *।*

(iii) ***खण्ड क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***18*** *तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या* ***19*** *एवं* ***20*** *अभिकथन एवं तर्क आधारित* ***एक-एक*** *अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***25*** *तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के* ***दो-दो*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग*** *में प्रश्न संख्या* ***26*** *से* ***31*** *तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के* ***तीन-तीन*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ*** *में प्रश्न संख्या* ***32*** *से* ***35*** *तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के* ***पाँच-पाँच*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ*** *में प्रश्न संख्या* ***36*** *से* ***38*** *प्रकरण अध्ययन आधारित* ***चार-चार*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग* ***वर्जित*** *है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. यदि सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण $\frac{\pi}{4}$ है तथा $|\vec{a} \times \vec{b}| = 1$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ बराबर है :

(a) -1 (b) 1

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\sqrt{2}$

2. $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ ऐसे दो शून्येतर सदिश हैं कि $\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप शून्य है । $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण है :

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) 0

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If the angle between the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is $\frac{\pi}{4}$ and $|\vec{a} \times \vec{b}| = 1$, then $\vec{a} \cdot \vec{b}$ is equal to

(a) -1 (b) 1

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\sqrt{2}$

2. $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two non-zero vectors such that the projection of $\vec{a}$ on $\vec{b}$ is 0. The angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is :

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) 0

3. ΔABC में, $\overrightarrow{AB} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\overrightarrow{AC} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ हैं। यदि BC का मध्य-बिन्दु D है, तो सदिश $\overrightarrow{AD}$ बराबर है :

(a) $4\hat{i} + 6\hat{k}$ (b) $2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

(c) $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ (d) $2\hat{i} + 3\hat{k}$

4. बिन्दु (2, – 1, 0) से होकर जाने वाली तथा रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{2-z}{2}$ के समांतर एक रेखा का समीकरण है :

(a) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ (b) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$

(c) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$ (d) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$

5. X तथा Y ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि $P(X \cap \bar{Y}) = \frac{2}{5}$ तथा $P(X) = \frac{3}{5}$ है। तो P(Y) बराबर है :

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{5}$

6. k का वह मान जिसके लिए फलन $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ kx, & x < 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर अवकलनीय है, है :

(a) 1 (b) 2

(c) कोई भी वास्तविक संख्या (d) 0

7. यदि $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ (b) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

(c) $\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right|$ (d) $-\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right|$

3. In Δ ABC, $\overrightarrow{AB} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\overrightarrow{AC} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$. If D is mid-point of BC, then vector $\overrightarrow{AD}$ is equal to :

(a) $4\hat{i} + 6\hat{k}$ (b) $2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

(c) $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ (d) $2\hat{i} + 3\hat{k}$

4. The equation of a line passing through point (2, – 1, 0) and parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{2-z}{2}$ is :

(a) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ (b) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$

(c) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$ (d) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$

5. X and Y are independent events such that $P(X \cap \bar{Y}) = \frac{2}{5}$ and $P(X) = \frac{3}{5}$. Then P(Y) is equal to :

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{5}$

6. The value of k for which function $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ kx, & x < 0 \end{cases}$ is differentiable at $x = 0$ is :

(a) 1 (b) 2

(c) any real number (d) 0

7. If $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

(a) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ (b) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

(c) $\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right|$ (d) $-\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right|$

8. रैखिक प्रोग्रामन समस्या, $z = 15x + 30y$ का अधिकतमीकरण निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत कीजिए :

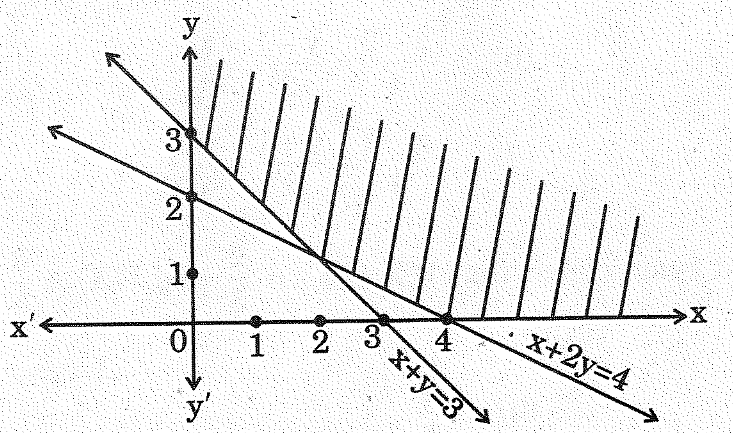
$3x + y \leq 12, \quad x + 2y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$

के कितने सुसंगत हल हैं ?

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) असंख्य

9. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे आरेख में दर्शाया गया है :



निम्न में से कौन-से व्यवरोध सम्भव हैं ?

(a) $x + 2y \geq 4, \; x + y \leq 3, \; x \geq 0, \; y \geq 0$

(b) $x + 2y \leq 4, \; x + y \leq 3, \; x \geq 0, \; y \geq 0$

(c) $x + 2y \geq 4, \; x + y \geq 3, \; x \geq 0, \; y \geq 0$

(d) $x + 2y \geq 4, \; x + y \geq 3, \; x \leq 0, \; y \leq 0$

10. A तथा B समान कोटि के वर्ग आव्यूह हैं । यदि $(A + B)^2 = A^2 + B^2$ है, तो :

(a) $AB = BA$ (b) $AB = -BA$

(c) $AB = O$ (d) $BA = O$

11. यदि $A \cdot (\text{adj } A) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो $|A| + |\text{adj } A|$ का मान बराबर है :

(a) 12 (b) 9

(c) 3 (d) 27

8. The number of feasible solutions of the linear programming problem given as

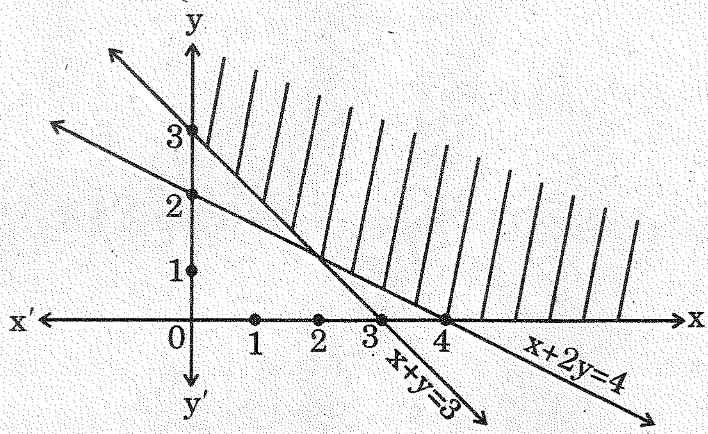
Maximize $z = 15x + 30y$ subject to constraints :

$3x + y \leq 12,\ x + 2y \leq 10,\ x \geq 0, y \geq 0$ is

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) infinite

9. The feasible region of a linear programming problem is shown in the figure below :



Which of the following are the possible constraints ?

(a) $x + 2y \geq 4,\ x + y \leq 3,\ x \geq 0,\ y \geq 0$

(b) $x + 2y \leq 4,\ x + y \leq 3,\ x \geq 0,\ y \geq 0$

(c) $x + 2y \geq 4,\ x + y \geq 3,\ x \geq 0,\ y \geq 0$

(d) $x + 2y \geq 4,\ x + y \geq 3,\ x \leq 0,\ y \leq 0$

10. A and B are square matrices of same order. If $(A + B)^2 = A^2 + B^2$, then :

(a) $AB = BA$ (b) $AB = -BA$

(c) $AB = O$ (d) $BA = O$

11. If $A \cdot (\text{adj } A) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then the value of $|A| + |\text{adj } A|$ is equal to :

(a) 12 (b) 9

(c) 3 (d) 27

12. A तथा B दोनों समान कोटि के विषम-सममित आव्यूह हैं । AB सममित होगा, यदि :

(a) $AB = O$ (b) $AB = -BA$

(c) $AB = BA$ (d) $BA = O$

13. $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के किस मान के लिए $A + A' = \sqrt{3}\, I$ है, जहाँ $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ है ?

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$

(c) 0 (d) $\frac{\pi}{2}$

14. माना एक त्रिभुज जिसके शीर्ष (x_1, y_1), (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) हैं, का क्षेत्रफल A है । निम्न में से कौन-सा सही है ?

(a) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm A$ (b) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm 2A$

(c) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm \frac{A}{2}$ (d) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 = A^2$

15. $\int 2^{x+2} dx$ बराबर है :

(a) $2^{x+2} + C$ (b) $2^{x+2} \log 2 + C$

(c) $\frac{2^{x+2}}{\log 2} + C$ (d) $2 \cdot \frac{2^x}{\log 2} + C$

12. A and B are skew-symmetric matrices of same order. AB is symmetric, if :

(a) $AB = O$ (b) $AB = -BA$

(c) $AB = BA$ (d) $BA = O$

13. For what value of $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, is $A + A' = \sqrt{3}\, I$, where $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$?

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$

(c) 0 (d) $\frac{\pi}{2}$

14. Let A be the area of a triangle having vertices (x_1, y_1), (x_2, y_2) and (x_3, y_3). Which of the following is correct ?

(a) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm A$ (b) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm 2A$

(c) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm \frac{A}{2}$ (d) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 = A^2$

15. $\int 2^{x+2} dx$ is equal to :

(a) $2^{x+2} + C$ (b) $2^{x+2} \log 2 + C$

(c) $\frac{2^{x+2}}{\log 2} + C$ (d) $2 \cdot \frac{2^x}{\log 2} + C$

16. $\int e^{-x}\left(\frac{x+1}{x^2}\right)dx$ बराबर है :

(a) $\frac{e^{-x}}{x}+C$

(b) $\frac{e^{x}}{x}+C$

(c) $\frac{e^{x}}{x^2}+C$

(d) $-\frac{e^{-x}}{x}+C$

17. $\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$ का मान है :

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) 0

(c) $-\frac{\pi}{2}$

(d) 1

18. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}\sin y+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3\cos y=\sqrt{y}$ की कोटि तथा घात का गुणनफल क्या है ?

(a) 3

(b) 2

(c) 6

(d) परिभाषित नहीं

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए ।*

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(c) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है ।

(d) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है ।

16. $\int e^{-x}\left(\frac{x+1}{x^2}\right) dx$ is equal to :

(a) $\frac{e^{-x}}{x} + C$

(b) $\frac{e^{x}}{x} + C$

(c) $\frac{e^{x}}{x^2} + C$

(d) $-\frac{e^{-x}}{x} + C$

17. The value of $\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$ is :

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) 0

(c) $-\frac{\pi}{2}$

(d) 1

18. What is the product of the order and degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} \sin y + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 \cos y = \sqrt{y}$?

(a) 3

(b) 2

(c) 6

(d) not defined

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.*

(a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.

(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* $[\sin^{-1} x + 2 \cos^{-1} x]$ का परिसर $[0, \pi]$ है ।

तर्क (R) : $\sin^{-1} x$ की मुख्य मान शाखा का परिसर $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ है ।

20. *अभिकथन (A) :* बिन्दुओं (4, 7, 8) तथा (2, 3, 4) से होकर जाने वाली रेखा, बिन्दुओं (– 1, – 2, 1) तथा (1, 2, 5) से होकर जाने वाली रेखा के समांतर है ।

तर्क (R) : रेखाएँ $\vec{r} = \vec{a_1} + \lambda \vec{b_1}$ तथा $\vec{r} = \vec{a_2} + \mu \vec{b_2}$ परस्पर समांतर हैं यदि $\vec{b_1} \cdot \vec{b_2} = 0$ है ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. (क) यदि $y = x^{\frac{1}{x}}$ है, तो x = 1 पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) यदि $x = a \sin 2t,\ y = a(\cos 2t + \log \tan t)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

22. यदि $\vec{r} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ है, तो $(\vec{r} \times \hat{j}) \cdot (\vec{r} \times \hat{k}) - 12$ का मान ज्ञात कीजिए ।

23. उस रेखा के दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए, जिसके कार्तीय समीकरण $5x - 3 = 15y + 7 = 3 - 10z$ हैं ।

24. वक्र $6y = x^3 + 2$ पर वे बिंदु ज्ञात कीजिए, जहाँ y-निर्देशांक के बदलने की दर x-निर्देशांक के बदलने की दर का 8 गुना है ।

25. (क) $3 \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2 \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}(0)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) $f(x) = \sin^{-1} x,\ x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ का आलेख खींचिए । इस फलन f(x) का परिसर भी लिखिए ।

19. *Assertion (A) :* Range of $[\sin^{-1} x + 2\cos^{-1} x]$ is $[0, \pi]$.

Reason (R) : Principal value branch of $\sin^{-1} x$ has range $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

20. *Assertion (A) :* A line through the points (4, 7, 8) and (2, 3, 4) is parallel to a line through the points (– 1, – 2, 1) and (1, 2, 5).

Reason (R): Lines $\vec{r} = \vec{a_1} + \lambda \vec{b_1}$ and $\vec{r} = \vec{a_2} + \mu \vec{b_2}$ are parallel if $\vec{b_1} \cdot \vec{b_2} = 0$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) If $y = x^{\frac{1}{x}}$, then find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$.

OR

(b) If $x = a \sin 2t$, $y = a(\cos 2t + \log \tan t)$, then find $\frac{dy}{dx}$.

22. If $\vec{r} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$, find the value of $(\vec{r} \times \hat{j}) \cdot (\vec{r} \times \hat{k}) - 12$.

23. Find the direction cosines of the line whose Cartesian equations are $5x - 3 = 15y + 7 = 3 - 10z$.

24. Find the points on the curve $6y = x^3 + 2$ at which ordinate is changing 8 times as fast as abscissa.

25. (a) Evaluate : $3\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}(0)$

OR

(b) Draw the graph of $f(x) = \sin^{-1} x$, $x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$. Also, write range of f(x).

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. (क) पासों के एक युग्म को एक साथ उछाला गया । यदि दोनों पासों पर आई संख्याओं के निरपेक्ष अंतर को X द्वारा निरूपित किया गया है, तो X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) दो सिक्कों में से एक अभिनत सिक्का इस प्रकार का है कि P (चित) : P (पट) = 1 : 3 है, जबकि दूसरा सिक्का न्याय्य (अनभिनत) सिक्का है । एक सिक्का यादृच्छया चुना जाता है तथा उछाला जाता है । यदि इस सिक्के पर चित आया, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह अभिनत सिक्का है ।

27. (क) अवकल समीकरण $\frac{d}{dx}(xy^2) = 2y(1+x^2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $xe^{\frac{y}{x}} - y + x\frac{dy}{dx} = 0$ को हल कीजिए ।

28. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x)\, dx$$

29. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\cos x}{\sin 3x}\, dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int x^2 \log(x^2 + 1)\, dx$$

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) A pair of dice is thrown simultaneously. If X denotes the absolute difference of numbers obtained on the pair of dice, then find the probability distribution of X.

OR

(b) There are two coins. One of them is a biased coin such that P (head) : P (tail) is 1 : 3 and the other coin is a fair coin. A coin is selected at random and tossed once. If the coin showed head, then find the probability that it is a biased coin.

27. (a) Find the general solution of the differential equation :

$$\frac{d}{dx}(xy^2) = 2y(1+x^2)$$

OR

(b) Solve the following differential equation :

$$xe^{\frac{y}{x}} - y + x\frac{dy}{dx} = 0$$

28. Evaluate :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx$$

29. (a) Find :

$$\int \frac{\cos x}{\sin 3x}\,dx$$

OR

(b) Find :

$$\int x^2 \log(x^2+1)\,dx$$

30. ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}}\,dx$$

31. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों $2x + y \geq 3,$
$x + 2y \geq 6,$
$x \geq 0,$
$y \geq 0$

के अंतर्गत $z = x + 2y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. (क) b का वह मान ज्ञात कीजिए जिससे रेखाएँ $\frac{x-1}{2}=\frac{y-b}{3}=\frac{z-3}{4}$ तथा $\frac{x-4}{5}=\frac{y-1}{2}=z$ परस्पर प्रतिच्छेदी रेखाएँ हों । इन दी गई रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) एक समांतर चतुर्भुज ABCD जिसके शीर्ष A(4, 7, 8), B(2, 3, 4), C(– 1, – 2, 1) तथा D(1, 2, 5) हैं, की सभी भुजाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए । अत: बिन्दु A से CD पर डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए ।

33. जाँच कीजिए कि क्या फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ जो कि $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ द्वारा परिभाषित है, एकैकी तथा आच्छादक है या नहीं ।

34. दिया है कि रेखा $y = mx\ (m > 0)$, वक्र $x^2 + y^2 = 4$ तथा x-अक्ष द्वारा घिरे प्रथम चतुर्थांश में क्षेत्र का क्षेत्रफल $\frac{\pi}{2}$ इकाई है । समाकलन के प्रयोग से, m का मान ज्ञात कीजिए ।

30. Find :

$$\int_{1}^{4} \frac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}} dx$$

31. Solve the following linear programming problem graphically :

Minimize $z = x + 2y$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 3,$$
$$x + 2y \geq 6,$$
$$x \geq 0,$$
$$y \geq 0.$$

SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Find the value of b so that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ are intersecting lines. Also, find the point of intersection of these given lines.

OR

(b) Find the equations of all the sides of the parallelogram ABCD whose vertices are A(4, 7, 8), B(2, 3, 4), C(– 1, – 2, 1) and D(1, 2, 5). Also, find the coordinates of the foot of the perpendicular from A to CD.

33. Check whether a function $f : \mathbb{R} \rightarrow \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ defined as $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ is one-one and onto or not.

34. The area of the region bounded by the line $y = mx$ $(m > 0)$, the curve $x^2 + y^2 = 4$ and the x-axis in the first quadrant is $\frac{\pi}{2}$ units. Using integration, find the value of m.

35. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = O$.

अथवा

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए तथा इसके प्रयोग से समीकरण निकाय $3x + 5y = 11,\ 2x - 7y = -3$ को हल कीजिए ।

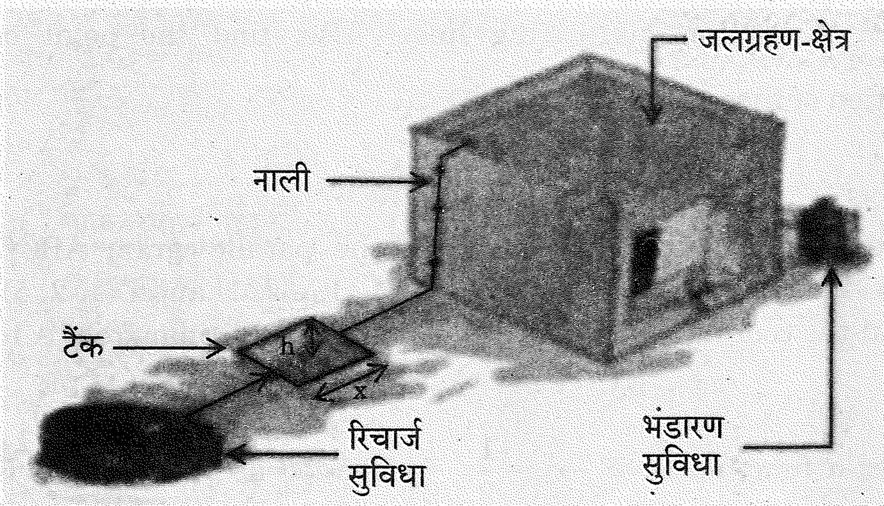
खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. बारिश के पानी को एकत्र करने के लिए एक गड्ढा (टैंक) खोदना है । यह टैंक वर्गाकार आधार का होना चाहिए तथा इसका आयतन 250 m^3 चाहिए । भूमि का मूल्य ₹ 5,000 प्रति वर्ग मीटर है तथा इसे खोदने का खर्च इसकी गहराई के अनुसार बढ़ता जाता है तथा पूरे टैंक के लिए यह खर्च ₹ 40,000 h^2 है, जहाँ h टैंक की मीटरों में गहराई है । टैंक के वर्गाकार आधार की भुजा x मीटर है ।

एक विशिष्ट वर्षा जल संग्रहण व्यवस्था के तत्त्व



उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) टैंक को खोदने का कुल खर्च (C), x के पदों में ज्ञात कीजिए । *1*

(ii) $\frac{dC}{dx}$ ज्ञात कीजिए । *1*

35. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then show that $A^3 - 6A^2 + 7A + 2\,I = O$.

OR

(b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$, then find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$3x + 5y = 11,\ 2x - 7y = -3.$

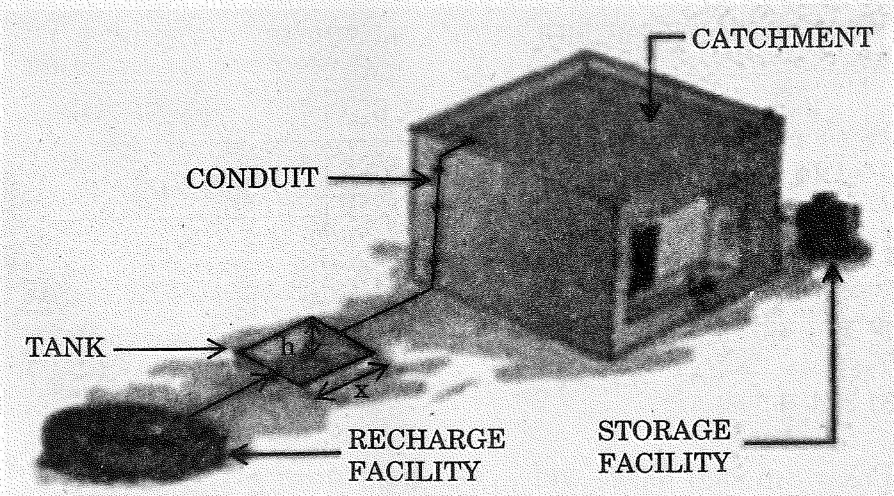
SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. In order to set up a rain water harvesting system, a tank to collect rain water is to be dug. The tank should have a square base and a capacity of 250 m^3. The cost of land is ₹ 5,000 per square metre and cost of digging increases with depth and for the whole tank, it is ₹ 40,000 h^2, where h is the depth of the tank in metres. x is the side of the square base of the tank in metres.

ELEMENTS OF A TYPICAL RAIN WATER HARVESTING SYSTEM



Based on the above information, answer the following questions :

(i) Find the total cost C of digging the tank in terms of x. *1*

(ii) Find $\frac{dC}{dx}$. *1*

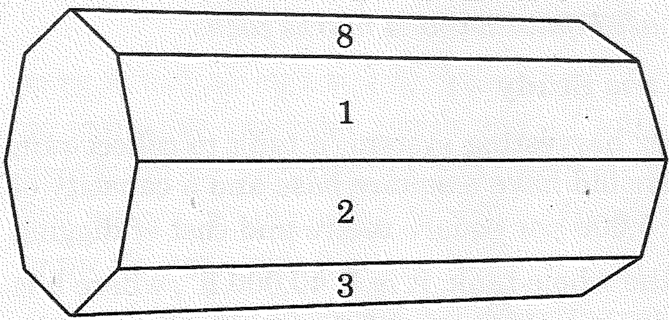
(iii) (क) x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए खर्च C न्यूनतम हो । 2

अथवा

(iii) (ख) जाँच कीजिए कि खर्च फलन C(x), जो कि x के पदों में व्यक्त है, वर्धमान है या नहीं, जहाँ $x > 0$ है । 2

प्रकरण अध्ययन – 2

37. अष्टभुजाकार प्रिज़्म, एक तीन विमाओं वाली बहुफलक है, जो कि दो अष्टभुजाकार आधारों तथा आठ आयताकार फलकों से घिरा है । इसमें 24 किनारे तथा 16 शीर्ष हैं ।



इस प्रिज़्म को आयताकार फलकों की दिशा में लुढ़काया गया तथा नीचे वाले फलक (जो भूमि को स्पर्श करता है) पर लिखी संख्या नोट की गई । माना नीचे आने वाले फलकों की संख्या को X से निरूपित किया गया और निम्न सारणी X का प्रायिकता बंटन दर्शाती है ।

X :	1	2	3	4	5	6	7	8
P(X) :	p	2p	2p	p	2p	p^2	$2p^2$	$7p^2 + p$

उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) p का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ii) $P(X > 6)$ ज्ञात कीजिए । 1

(iii) (क) $P(X = 3m)$ ज्ञात कीजिए जहाँ m एक प्राकृत संख्या है । 2

अथवा

(iii) (ख) माध्य E(X) ज्ञात कीजिए । 2

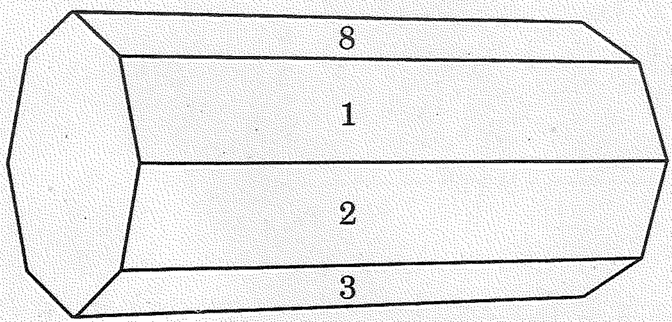
(iii) (a) Find the value of x for which cost C is minimum. 2

OR

(iii) (b) Check whether the cost function C(x) expressed in terms of x is increasing or not, where x > 0. 2

Case Study – 2

37. An octagonal prism is a three-dimensional polyhedron bounded by two octagonal bases and eight rectangular side faces. It has 24 edges and 16 vertices.



The prism is rolled along the rectangular faces and number on the bottom face (touching the ground) is noted. Let X denote the number obtained on the bottom face and the following table give the probability distribution of X.

X :	1	2	3	4	5	6	7	8
P(X) :	p	2p	2p	p	2p	p^2	$2p^2$	$7p^2 + p$

Based on the above information, answer the following questions :

(i) Find the value of p. 1

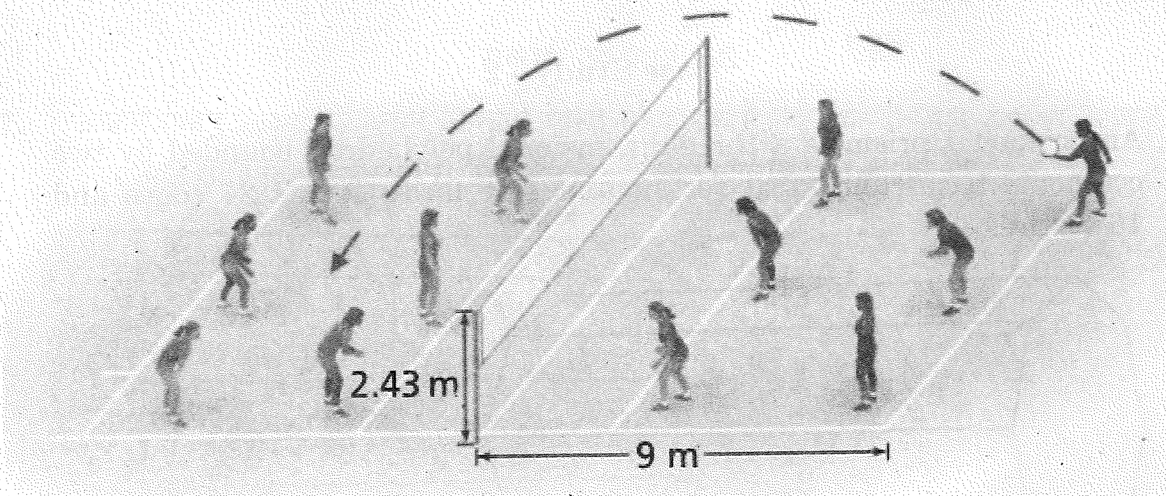
(ii) Find P(X > 6). 1

(iii) (a) Find P(X = 3m), where m is a natural number. 2

OR

(iii) (b) Find the mean E(X). 2

38. एक वॉलीबॉल का खिलाड़ी बॉल से सर्विस करता है, तो यह बॉल एक परवलय का पथ लेती है, जो निम्न समीकरण द्वारा प्रदत्त है : $h(t) = -\frac{7}{2}t^2 + \frac{13}{2}t + 1$, जहाँ $h(t)$ बॉल की किसी समय t (सेकंड में) पर ऊँचाई है, $(t \geq 0)$.



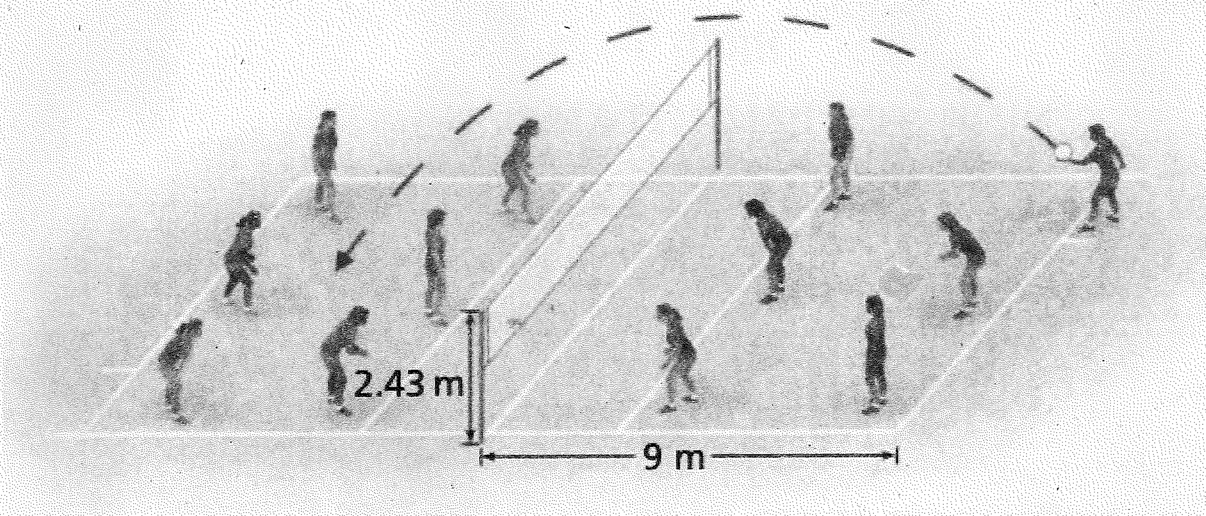
उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) क्या $h(t)$ एक संतत फलन है ? औचित्य दीजिए । *2*

(ii) वह समय ज्ञात कीजिए जब बॉल की ऊँचाई अधिकतम हो । *2*

Case Study – 3

38. A volleyball player serves the ball which takes a parabolic path given by the equation $h(t) = -\frac{7}{2}t^2 + \frac{13}{2}t + 1$, where h(t) is the height of ball at any time t (in seconds), $(t \geq 0)$.



Based on the above information, answer the following questions :

(i) Is h(t) a continuous function ? Justify. *2*

(ii) Find the time at which the height of the ball is maximum. *2*